

Исследование разных видов функций принадлежности параметров нечетких прогнозирующих моделей в нечетком методе группового учета аргументов.

Ю.П. Зайченко, И.О. Заец, О. В. Камоцький, О. В. Павлюк

Институт Прикладного Системного Анализа
Национальный Технический Университет Украины “КПИ”
Украина, Киев 03056, пр-т. Победы, 37
E-mail: zaych@mmsa.ntu-kpi.kiev.ua, i_zayets@fm.com.ua

Введение

Работа посвящена задаче синтеза и адаптации нечетких прогнозирующих моделей на основе метода самоорганизации — нечеткого метода группового учета аргументов. Проблема состоит в нахождении функциональной зависимости между прогнозируемой переменной и заданным набором показателей, а также в осуществлении прогноза зависимой величины; при этом желательно получить не только оценку прогнозируемого параметра, но и некоторый интервал доверия для нее. Нечеткий метод группового учета аргументов идеально подходит для этой задачи, поскольку выходом модели, построенной с его помощью, есть нечеткое число треугольного вида, которое характеризуется двумя параметрами: центром и шириной интервала; кроме того, использование аппарата нечеткой логики позволяет учесть разнообразные факторы окружающей среды, которые невозможно ввести в модель в явном виде. Также он относится к классу методов самоорганизации, преимуществом которых есть объективный выбор модели оптимальной сложности, который базируется на основе генерации моделей-претендентов и селекции наилучших из них в соответствии с внешними критериями, которые выступают в качестве внешнего дополнения.

В данной работе изучается влияние применения разных видов нечетких коэффициентов модели частичного описания на качество прогноза. Эти виды определяются функциями принадлежности (ФП) нечетких чисел, а именно: треугольной, гауссовой и колоколообразной. Показано, что построение частичного описания для двух последних из них сводится к задаче линейного программирования, подобной к той, что возникает для треугольной ФП. При этом возникает еще один параметр — уровень значимости, влияние которого также исследуется в данной работе.

Постановка задачи

Задано множество исходных данных

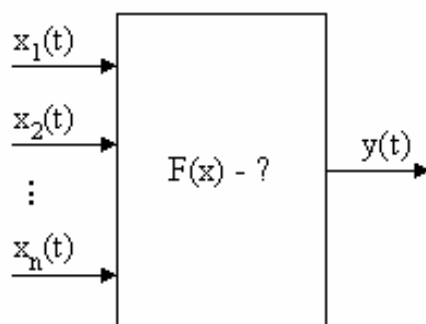
$$\Omega_n = \{Y, X_1, \dots, X_n\}, X_n \in R^M,$$

где n — количество переменных, а M — количество точек наблюдения. Необходимо с помощью нечеткого метода группового учета аргументов (НМГУА) синтезировать модель

$$y = f(x_1, \dots, x_n),$$

адекватную исходному множеству данных, причем полученная модель должна быть наименьшей сложности.

Рис. 1



Нечеткий метод группового учета аргументов: основные идеи

Данный алгоритм использует понятие линейной интервальной модели [4]:

$$Y = A_0 z_0 + A_1 z_1 + \dots + A_m z_m; \quad (1)$$

где A_i — нечеткие числа треугольного вида, которые описываются парой параметров:

$$A_i = (\alpha_i, C_i); \quad (2)$$

Где α_i — центр интервала,

C_i — его ширина, $C_i > 0$.

Тогда Y — нечеткое число, его параметры определяются следующим образом:

Центр интервала:

$$\alpha_y = \sum_{i=0}^m \alpha_i z_i = \alpha^T z; \quad (3)$$

Ширина интервала:

$$C_y = \sum_{i=0}^m C_i |z_i| = C^T |z|; \quad (4)$$

Например, для частичного описания вида

$$f(x_i, x_j) = A_0 + A_1 \cdot x_i + A_2 \cdot x_j + A_3 \cdot x_i \cdot x_j + A_4 \cdot x_i^2 + A_5 \cdot x_j^2; \quad (5)$$

имеем:

$$z_0 = 1, z_1 = x_i, z_2 = x_j, z_3 = x_i x_j, z_4 = x_i^2, z_5 = x_j^2.$$

Для того, чтобы интервальная модель была корректна, необходимо, чтобы настоящее значение зависимой величины обучающей выборки принадлежало интервалу, который определяется формулами:

$$\begin{cases} \alpha^T z - C^T | z | \leq Y; \\ \alpha^T z + C^T | z | \geq Y; \end{cases} \quad (6)$$

В зависимости от вида нечеткого числа A_i задача оценки параметров линейной интервальной модели ставится по-разному. Рассмотрим нечеткие числа со следующими функциями принадлежности:

- треугольной,
- гауссовой,
- колоколообразной,

и построим для них соответствующие модели.

Нечеткие числа с треугольной функцией принадлежности

Пусть B_i — нечеткое число с треугольной функцией принадлежности. Тогда его можно записать в виде центра α_i и ширины c_i :

$$B_i = (\alpha_i, c_i) .$$

Исходя из этого, Y можно рассчитать следующим образом:

$$Y = \left(\sum \alpha_i z_i, \sum \alpha_i z_i \right) .$$

Отношение вложения двух интервалов B_i и B_j ($B_i \subset B_j$) можно задать следующими неравенствами:

$$\alpha_j - c_j \leq \alpha_i - c_i, \alpha_j + c_j \geq \alpha_i + c_i .$$

Тогда оценочная линейная интервальная модель для частичной модели НМГУА строится следующим образом:

1. Наблюдаемые заданные значения y_j включаются в оценочный интервал Y_j^* .
2. Ширина оценочного интервала должна быть минимальной.

Эти требования можно свести к задаче линейного программирования в следующем виде (для k -й точки наблюдения) [4]:

$$\begin{aligned} & \min \left(c_0 + c_1 \cdot |X_i| + c_2 \cdot |X_j| + c_3 \cdot |X_i \cdot X_j| + c_4 \cdot |X_i^2| + c_5 \cdot |X_j^2| \right) \\ & \alpha_0 + a_1 \cdot X_i + a_2 \cdot X_j + a_3 \cdot X_i \cdot X_j + a_4 \cdot X_i^2 + a_5 \cdot X_j^2 \\ & - (c_0 + c_1 \cdot |X_i| + c_2 \cdot |X_j| + c_3 \cdot |X_i \cdot X_j| + c_4 \cdot |X_i^2| + c_5 \cdot |X_j^2|) \leq Y_k \\ & \alpha_0 + a_1 \cdot X_i + a_2 \cdot X_j + a_3 \cdot X_i \cdot X_j + a_4 \cdot X_i^2 + a_5 \cdot X_j^2 \\ & + (c_0 + c_1 \cdot |X_i| + c_2 \cdot |X_j| + c_3 \cdot |X_i \cdot X_j| + c_4 \cdot |X_i^2| + c_5 \cdot |X_j^2|) \geq Y_k \\ & c_p \geq 0, p = \overline{0,5} \end{aligned}$$

Исходя из этого, зная значения переменных x_i и величины y , полученных в M измерениях, мы приходим к следующей задаче отыскания коэффициентов модели (для всех точек наблюдения):

$$\begin{aligned} & \min \left(c_0 \cdot M + c_1 \cdot \sum_{k=1}^M |X_i| + c_2 \cdot \sum_{k=1}^M |X_j| + c_3 \cdot \sum_{k=1}^M |X_i \cdot X_j| + c_4 \cdot \sum_{k=1}^M |X_i^2| + c_5 \cdot \sum_{k=1}^M |X_j^2| \right) \\ & \alpha_0 + a_1 \cdot X_i + a_2 \cdot X_j + a_3 \cdot X_i \cdot X_j + a_4 \cdot X_i^2 + a_5 \cdot X_j^2 \\ & - (c_0 + c_1 \cdot |X_i| + c_2 \cdot |X_j| + c_3 \cdot |X_i \cdot X_j| + c_4 \cdot |X_i^2| + c_5 \cdot |X_j^2|) \leq Y_k \\ & \alpha_0 + a_1 \cdot X_i + a_2 \cdot X_j + a_3 \cdot X_i \cdot X_j + a_4 \cdot X_i^2 + a_5 \cdot X_j^2 \\ & + (c_0 + c_1 \cdot |X_i| + c_2 \cdot |X_j| + c_3 \cdot |X_i \cdot X_j| + c_4 \cdot |X_i^2| + c_5 \cdot |X_j^2|) \geq Y_k \\ & k = \overline{1, M} \\ & c_p \geq 0, p = \overline{0,5} \end{aligned}$$

где k -номер измерения, из которого берутся данные.

Задача состоит в том, чтобы минимизировать область изменения исходных значений Y за счет отыскания таких величин ширины интервалов c_i и таких значений центров интервалов α_i , $i = \overline{0,5}$, которые бы обеспечили минимальное рассеяние величины Y при одновременном выполнении условия, чтобы измеренные значение искомой величины находились в этом интервале. Данная задача есть задачей линейного программирования, для ее решения перейдем к двойственной задаче.

Она запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} & \max \left(\sum_{k=1}^M Y_k \cdot \delta_{k+M} - \sum_{k=1}^M Y_k \cdot \delta_k \right) \\ & \sum_{k=1}^M \delta_k - \sum_{k=1}^M \delta_{k+M} = 0 \\ & \sum_{k=1}^M X_{ki} \delta_k - \sum_{k=1}^M X_{ki} \cdot \delta_{k+M} = 0 \\ & \dots \\ & \sum_{k=1}^M X^2_{kj} \delta_k - \sum_{k=1}^M X^2_{kj} \cdot \delta_{k+M} = 0 \\ & \sum_{k=1}^M \delta_k + \sum_{k=1}^M \delta_{k+M} \leq M \\ & \sum_{k=1}^M |X_{ki}| \cdot \delta_k + \sum_{k=1}^M |X_{ki}| \cdot \delta_{k+M} \leq \sum_{k=1}^M |X_{ki}| \\ & \dots \\ & \sum_{k=1}^M |X^2_{kj}| \cdot \delta_k + \sum_{k=1}^M |X^2_{kj}| \cdot \delta_{k+M} \leq \sum_{k=1}^M |X^2_{kj}| \\ & \delta_k \geq 0, k = \overline{1, 2 \cdot M} \end{aligned}$$

Эта задача есть задачей линейного программирования. Решив двойственную задачу симплекс-методом и найдя оптимальные значения двойственных переменных, мы сможем найти оптимальные значения искомым переменных c_i и α_i $i = \overline{0,5}$, а вместе с этим определить искомую модель математической зависимости. Эта задача всегда имеет решение, ведь при $\delta_k = 0, k = \overline{1, 2 \cdot M}$ все ограничения выполняются.

Нечеткие числа с гауссовой функцией принадлежности

Назовем нечетким числом В с гауссовой функцией принадлежности нечеткое множество с ФП такого вида:

$$\mu_B(x) = e^{-\frac{1}{2} \cdot \frac{(x-a)^2}{c^2}}$$

Такое нечеткое число В задается паром чисел: $B = (\alpha, c)$, где α – центр, c – величина, которая характеризует ширину функции.

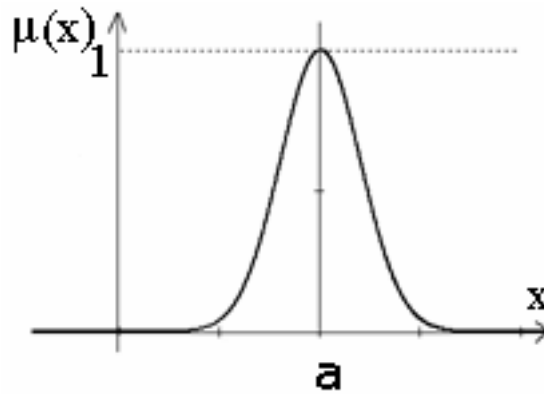


Рис.2 Гауссова ФП

Можно показать, что суммой двух НЧ $B_1(a_1, c_1)$ и $B_2(a_2, c_2)$, определенной по принципу обобщения Заде, будет нечеткое число $B_3(a_1 + a_2, c_1 + c_2)$.

Исходя из этого, Y можно рассчитать следующим образом:

$$Y = \left(\sum \alpha_i z_i, \sum c_i | z_i | \right). \quad (7)$$

Пусть оценочная линейная интервальная модель для частичной модели НМГУА имеет вид (1). Тогда задача ставится следующим образом: найти такие нечеткие числа A_i , то есть такие параметры a_i и $c_i > 0$, чтобы:

1. Наблюдение Y_k принадлежало заданному оценочному множеству Y_k со степенью, не меньшей чем $\alpha, 0 < \alpha < 1$.
2. Ширина оценочного интервала уровня α была минимальной.

Рассмотрим сначала второе требование.

Ширина оценочного интервала уровня α :

$$d_\alpha = y_r - y_l = 2 \cdot (y_r - a)$$

$(y_r - a)$ найдем из условия:

$$\alpha = \exp \left\{ -\frac{1}{2} \cdot \frac{(y_r - a)^2}{c^2} \right\}$$

Тогда:

$$\ln \alpha = -\frac{1}{2} \cdot \frac{(y_r - a)^2}{c^2};$$

$$y_r - a = c \cdot \sqrt{-2 \cdot \ln \alpha}, \text{ или}$$

$$d_\alpha = 2c \cdot \sqrt{-2 \cdot \ln \alpha}$$

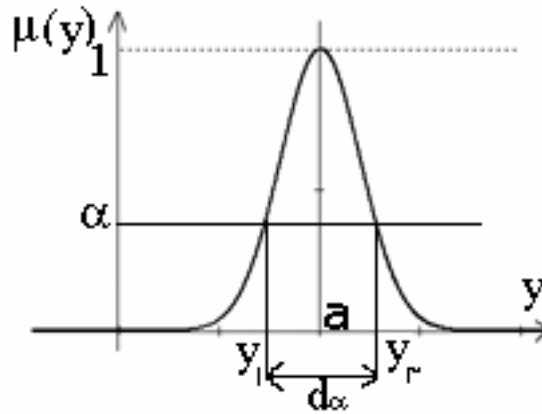


Рис.3 Подмножество уровня α

Целевая функция может быть записана в виде:

$$\min \sum_{k=1}^M d_{\alpha}^k = \min \sum_{k=1}^M 2c_k \cdot \sqrt{-2 \ln \alpha} = 2\sqrt{-2 \ln \alpha} \min \sum_{k=1}^M c_k = 2\sqrt{-2 \ln \alpha} \min \sum_{k=1}^M \sum_{i=1}^n c_i \cdot |z_{ik}| \quad (8)$$

$2\sqrt{-2 \ln \alpha}$ - положительная константа, такая, что не влияет на конфигурацию $\{c_i\}$, которая минимизирует указанную функцию. Поэтому для упрощения мы разделим целевую функцию на эту константу и получим то же самое решение (те же самые значения $\{c_i\}$).

Окончательно, используя формулу (4), получим следующее выражение:

$$\min \left(c_0 \cdot M + c_1 \cdot \sum_{k=1}^M |X_k| + c_2 \cdot \sum_{k=1}^M |X_j| + c_3 \cdot \sum_{k=1}^M |X_i \cdot X_j| + c_4 \cdot \sum_{k=1}^M X_i^2 + c_5 \cdot \sum_{k=1}^M X_j^2 \right). \quad (9)$$

Теперь рассмотрим первое требование:

$$\mu(y_y) \geq \alpha$$

Это эквивалентно:

$$\exp \left\{ -\frac{1}{2} \cdot \frac{(y_k - a_k)^2}{c_k^2} \right\} \geq \alpha$$

$$-\frac{1}{2} \cdot \frac{(y_k - a_k)^2}{c_k^2} \geq \ln \alpha$$

$$\frac{(y_k - a_k)^2}{c_k^2} \leq -2 \ln \alpha$$

$$\left| \frac{(y_k - a_k)}{c_k} \right| \leq \sqrt{-2 \ln \alpha}$$

$$\begin{cases} y_k - a_k \leq c_k \sqrt{-2 \ln \alpha} \\ y_k - a_k \geq -c_k \sqrt{-2 \ln \alpha} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_k + c_k \sqrt{-2 \ln \alpha} \geq y_k \\ a_k - c_k \sqrt{-2 \ln \alpha} \leq y_k \end{cases}$$

Вспомним, что

$$a_k = \sum_{i=1}^n a_i \cdot z_{ki} ; \quad c_k = \sum_{i=1}^n c_i \cdot |z_{ki}|;$$

Тогда наша задача окончательно сводится к задаче линейного программирования следующего вида:

$$\min \left(c_0 \cdot M + c_1 \cdot \sum_{k=1}^M |X_i| + c_2 \cdot \sum_{k=1}^M |X_j| + c_3 \cdot \sum_{k=1}^M |X_i \cdot X_j| + c_4 \cdot \sum_{k=1}^M X_i^2 + c_5 \cdot \sum_{k=1}^M X_j^2 \right) \quad (10)$$

$$\alpha_0 + a_1 \cdot X_i + \dots + a_5 \cdot X_j^2 + (c_0 + c_1 \cdot |X_i| + \dots + c_5 \cdot |X_j^2|) \sqrt{-2 \ln \alpha} \geq y_k$$

$$\alpha_0 + a_1 \cdot X_i + \dots + a_5 \cdot X_j^2 - (c_0 + c_1 \cdot |X_i| + \dots + c_5 \cdot |X_j^2|) \sqrt{-2 \ln \alpha} \leq y_k \quad k = \overline{1, M} \quad (11)$$

$$c_i > 0, i = \overline{0, 5}$$

Для решения данной задачи перейдем к двойственной задаче. Она запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} & \max \left(\sum_{k=1}^M Y_k \cdot \delta_{k+M} - \sum_{k=1}^M Y_k \cdot \delta_k \right) \\ & \sum_{k=1}^M \delta_k - \sum_{k=1}^M \delta_{k+M} = 0 \\ & \sum_{k=1}^M X_{ki} \delta_k - \sum_{k=1}^M X_{ki} \cdot \delta_{k+M} = 0 \\ & \dots \\ & \sum_{k=1}^M X^2_{kj} \delta_k - \sum_{k=1}^M X^2_{kj} \cdot \delta_{k+M} = 0 \\ & \sum_{k=1}^M \delta_k + \sum_{k=1}^M \delta_{k+M} \leq \frac{M}{\sqrt{-2 \ln \alpha}} \\ & \sum_{k=1}^M |X_{ki}| \cdot \delta_k + \sum_{k=1}^M |X_{ki}| \cdot \delta_{k+M} \leq \frac{\sum_{k=1}^M |X_{ki}|}{\sqrt{-2 \ln \alpha}} \\ & \dots \\ & \sum_{k=1}^M |X^2_{kj}| \cdot \delta_k + \sum_{k=1}^M |X^2_{kj}| \cdot \delta_{k+M} \leq \frac{\sum_{k=1}^M |X^2_{kj}|}{\sqrt{-2 \ln \alpha}} \\ & \delta_k \geq 0, k = \overline{1, 2 \cdot M} \end{aligned}$$

Эта задача есть задачей линейного программирования. Решив двойственную задачу симплекс-методом и найдя оптимальные значения двойственных переменных, мы сможем найти оптимальные значения искомым переменных c_i и α_i $i = \overline{0,5}$, а вместе с этим определить искомую модель частичного описания.

Нечеткие числа с колоколообразной функцией принадлежности

Назовем нечетким числом В с колоколообразной функцией принадлежности нечеткое множество с ФП такого вида:

$$\mu_B(x) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x-a}{c}\right)^2}$$

Такое нечеткое число В задается парой чисел: $B = (a, c)$, где a – центр, c – величина, которая характеризует ширину функции.

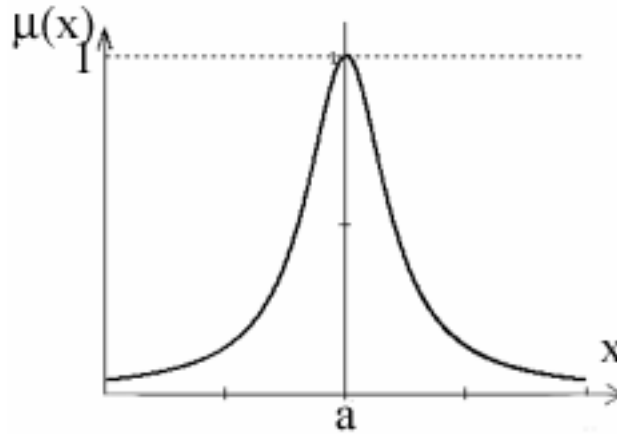


Рис.4 Колоколообразная ФП

Выполнив аналогичные преобразования, получим следующую прямую задачу линейного программирования:

$$\min_{a_i, c_i} \left(c_1 \cdot \sum_{k=1}^M |X_{k1}| + \dots + c_n \cdot \sum_{k=1}^M |X_{kn}| \right) \quad (12)$$

$$\alpha_0 + a_1 \cdot X_i + \dots + a_5 \cdot X_j^2 + (c_0 + c_1 \cdot |X_i| + \dots + c_5 \cdot |X_j^2|) \sqrt{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \geq y_k$$

$$\alpha_0 + a_1 \cdot X_i + \dots + a_5 \cdot X_j^2 - (c_0 + c_1 \cdot |X_i| + \dots + c_5 \cdot |X_j^2|) \sqrt{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \leq y_k \quad (13)$$

$$k = \overline{1, M}$$

$$c_i > 0, i = \overline{0, 5}$$

Двойственная задача запишется следующим образом:

$$\max\left(\sum_{k=1}^M Y_k \cdot \delta_{k+M} - \sum_{k=1}^M Y_k \cdot \delta_k\right)$$

$$\sum_{k=1}^M \delta_k - \sum_{k=1}^M \delta_{k+M} = 0$$

$$\sum_{k=1}^M X_{ki} \delta_k - \sum_{k=1}^M X_{ki} \cdot \delta_{k+M} = 0$$

....

$$\sum_{k=1}^M X^2_{kj} \delta_k - \sum_{k=1}^M X^2_{kj} \cdot \delta_{k+M} = 0$$

$$\sum_{k=1}^M \delta_k + \sum_{k=1}^M \delta_{k+M} \leq M \cdot \sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

$$\sum_{k=1}^M |X_{ki}| \cdot \delta_k + \sum_{k=1}^M |X_{ki}| \cdot \delta_{k+M} \leq \sum_{k=1}^M |X_{ki}| \cdot \sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

.....

$$\sum_{k=1}^M |X^2_{kj}| \cdot \delta_k + \sum_{k=1}^M |X^2_{kj}| \cdot \delta_{k+M} \leq \sum_{k=1}^M |X^2_{kj}| \cdot \sqrt{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

$$\delta_k \geq 0, k = \overline{1, 2 \cdot M}$$

Результаты проведенных экспериментов.

Был проведен эксперимент по моделированию неизвестной функции с использованием программной реализации описанного выше алгоритма НМГУА. За входные данные были взяты следующие макроэкономические показатели (с апреля 1996 года по июнь 1999 года):

- номинальный ВВП (НВВП);
- процент изменения индекса потребительских цен (%ИПЦ);
- процент изменения индекса оптовых цен (%ИОЦ);
- индекс реальной промышленной продукции (ИРПП);
- пруда рефинансирования НБУ за минувший месяц (СР);

Прогнозируемой переменной было значение номинального ВВП в следующем месяце.

Параметры моделирования:

Массив входных данных размером 28 точек был разбит на 11 окон данных, на которых строилась модель. Размер каждого окна составил 12 точек, каждое окно было сдвинуто на один месяц относительно предшествующего. После этого проводился прогноз НВВП(+1) на 5 шагов вперед. На каждом уровне синтеза НМГУА выбиралось 7 наилучших полных квадратичных моделей частичных описаний. Соотношение критериев регулярности и несмещенности в определении погрешности частичных описаний: 0,7/0,3. Для гауссовой и колоколообразной функций принадлежности задавался уровень значимости 0,7.

Результаты экспериментов приведены в таблицах 1,2 и на рисунках 5-7:

Таблица 1

Номер окна	MSE		
	Треугольная ФП	Гауссова ФП	Колоколообразная ФП
1	1669,8620	1655,4260	1652,1840
2	458,4141	449,6609	447,6822
3	830,1062	826,8912	826,1713
4	1362,0540	1353,9970	1352,1930
5	1858,8730	1845,2010	1842,1330
Среднее:	1235,8620	1226,2350	1224,0730

1. Треугольная функция принадлежности

Вікно 4, починається у точці: 6

N ²	верхнє	центр	нижнє	точнє	дельта	дельта2
1	11815,5100	10023,2400	8230,9580	7960,0000	2063,2360	4256944,000
2	12351,2600	10574,3400	8797,4150	9180,0000	1394,3390	1944181,000
3	10742,3200	9737,4980	8732,6720	9141,0000	596,4983	355810,2000
4	10061,0200	9880,5350	9700,0470	10043,0000	162,4654	26395,0000
5	10605,0200	8386,1140	6167,2110	10027,0000	1640,8860	2692507,000
					MSE:	1362,0450

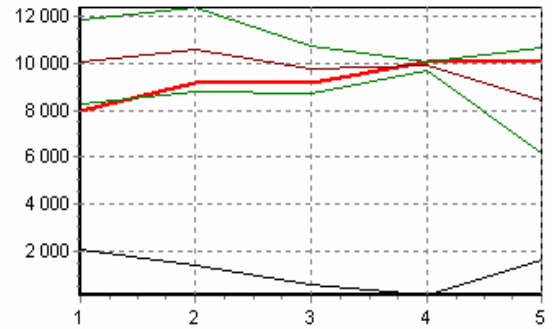


Рис. 5

2. Гауссова функция принадлежности

Вікно 2, починається у точці: 4

N ²	верхнє	центр	нижнє	точнє	дельта	дельта2
1	10210,0500	10099,4600	9988,8630	10001,0000	98,4587	9694,1230
2	9211,0510	8533,3200	7855,5900	8017,0000	516,3200	266586,4000
3	8536,9440	8219,7660	7902,5880	7960,0000	259,7664	67478,6000
4	9466,5620	8588,0070	7709,4510	9180,0000	591,9934	350456,2000
5	9477,7780	8578,1860	7678,5950	9141,0000	562,8138	316759,4000
					MSE:	449,6609

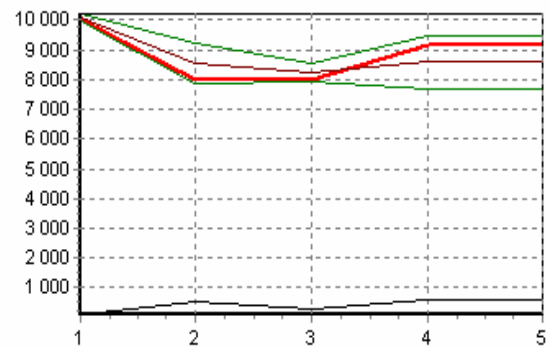


Рис. 6

3. Колоколообразная функция принадлежности

Вікно 3, починається у точці: 5

N ²	верхнє	центр	нижнє	точнє	дельта	дельта2
1	8521,5260	7352,7520	6183,9780	8017,0000	664,2479	441225,2000
2	11616,6300	9279,0840	6941,5350	7960,0000	1319,0840	1739982,000
3	10992,1900	9823,4130	8654,6390	9180,0000	643,4135	413980,9000
4	9146,6590	9049,2610	8951,8630	9141,0000	91,7393	8416,1030
5	11481,0000	9143,4500	6805,9010	10043,0000	899,5505	809191,0000
					MSE:	826,1713

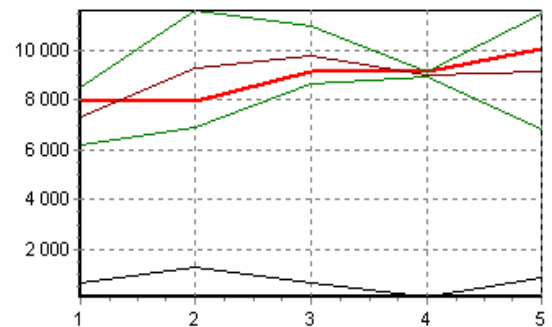


Рис. 7

Таблица 2 Сравнительный анализ гауссовой и колоколообразной ФП при разных уровнях значимости

Уровень значимости	MSE с гауссовой ФП	MSE с колоколообразной ФП
0,3	1368,135	1365,201
0,5	1366,106	1363,162
0,7	1361,489	1361,162
0,8	1361,796	1358,851
0,9	1359,482	1359,201

Выводы.

1. В статье исследованы разные виды функций принадлежности коэффициентов нечетких прогнозирующих моделей;
2. Как видно из таблицы и графиков, результаты прогнозирования НМГУА практически не зависят от типа функции принадлежности нечетких коэффициентов частичных описаний.
3. Можно указать незначительное преимущество гауссовой и колоколообразной ФП перед треугольной, и колоколообразной перед гауссовой. Однако существенным преимуществом двух последних ФП перед треугольной есть то, что они руководствуются уровнем значимости, который может обеспечить дополнительную гибкость алгоритма.

Литература

1. Ивахненко А.Г., Мюллер И.А. Самоорганизация прогнозирующих моделей. – Киев: Техника, 1985. – 223 с.
2. Ивахненко А.Г., Зайченко Ю.П., Димитров В.Д. Принятие решений на основе самоорганизации. - М.: Сов. радио, 1976. – 257 с.
3. Mueller J.-A., Lemke F. Self-Organizing Data Mining. Berlin,Dresden 1999. – 225 с.
4. Ю.П. Зайченко, О.Г. Кебкал, В.Ф. Крачковський. Нечіткий метод групового врахування аргументів та його застосування в задачах прогнозування макроекономічних показників. // Наукові вісті НТУУ КПІ, №2, 2000. – С. 18-26.
5. Ю.П. Зайченко, І.О. Заєць. Синтез та адаптація нечітких прогнозуючих моделей на основі методу самоорганізації. // Наукові вісті НТУУ КПІ, №2, 2001. – С. 32-41.
6. Ю.П. Зайченко, І.О. Заєць. Застосування рекурсивних методів ідентифікації в задачах синтезу нечітких прогнозуючих моделей. // I Міжнародна конференція з індуктивного моделювання, Львів, 20-25 травня 2002 р.: Праці в 4-х томах. - Т.2. – С. 59-65.