

Исследования нечеткого метода индуктивного моделирования (НМГУА) в задачах прогнозирования макроэкономических показателей

Ю. П. Зайченко, И.О.Заяц
НГУУ «КПИ», Институт прикладного системного анализа

Введение

Работа посвящена исследованию нечеткого метода индуктивного моделирования, известного под названием метода группового учета аргументов (МГУА) в задачах моделирования и прогнозирования в макроэкономике.

Проблема состоит в построении прогнозирующих моделей и нахождении неизвестной функциональной зависимости между прогнозируемой величиной и заданным набором макроэкономических показателей по экспериментальным точкам. При этом аналитический вид модели (функциональной зависимости) неизвестен.

Достоинством метода индуктивного моделирования МГУА является возможность построения объективной модели в процессе работы алгоритма, а также возможность работать на коротких выборках. Особенностью нечеткого МГУА является получение интервальных оценок для прогнозируемой переменной, что позволяет судить о точности получаемого прогноза.

В статье дается обзор основных результатов, полученных в области нечеткого метода самоорганизации, анализ применения различных видов ФП (функций принадлежности), оцениваются перспективы использования нечеткого МГУА в задачах прогнозирования в макроэкономике и отмечаются некоторые направления его дальнейших исследований.

1. Постановка задачи

Задано множество исходных данных: входные переменные $\{X(1), X(2), \dots, X(M)\}$ и выходная переменная $\{y(1), y(2), \dots, y(M)\}$, где $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ – n -мерный вектор, M – число точек наблюдения.

Требуется на основе наблюдаемых данных построить модель $Y = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$, адекватную наблюдаемым данным, причем полученная модель должна быть наименьшей сложности. В частном случае при решении задачи прогнозирования в качестве выходной переменной используется модель $X = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$, где K – величина интервала упреждения.

Отличительными особенностями данной задачи являются:

1. вид функциональной зависимости неизвестен, а определен только класс моделей, например, полиномиальная произвольной степени нелинейности или гармонический ряд (Фурье);
2. короткая выборка данных;
3. временные ряды $x_i(t)$ в общем случае нестационарные.

В таком случае применение классических методов статистического анализа, например регрессионного или дисперсионного анализа, невозможно, и необходимо использовать нестандартные методы, например, основанные на применении идей искусственного интеллекта.

К их числу относится метод группового учета аргументов (МГУА), предложенный в работах А.Г. Ивахненко [1], и развитый в многочисленных работах А.Г. Ивахненко и его учеников [2,3]. Он является методом индуктивного моделирования сложных систем.

Метод заимствует идеи из биологии, а именно механизмы эволюции:

1. скрещивание или гибридизация родительских пар (аргументов) и генерация потомков;
2. селекция и отбор лучших.

Основными достоинствами метода, которые обусловили его популярность и широкое использование не только в Украине, но и за рубежом, являются:

- метод не требует задания модели в явном виде, модель конструируется сама в процессе работы алгоритма;
- метод работает на коротких выборках (когда число определяемых коэффициентов модели n меньше числа точек наблюдения M).

Вместе с тем классический метод МГУА обладает рядом недостатков:

- при близких экспериментальных точках возможно явление вырожденности матрицы нормальных уравнений Гаусса (“индуцит” в терминологии А.Г. Ивахненко), вследствие чего возникает необходимость применения специальных методов регуляризации;
- метод дает точечную модель (прогноза), а в ряде случаев желательно иметь доверительный интервал, который характеризует точность прогноза.

Поэтому в последние годы ведутся интенсивные исследования, направленные на разработку новых методов, лишенных указанных недостатков.

Таким методом является нечеткий МГУА (НМГУА), который строит интервальную модель регрессии, и для нахождения модели (прогноза) не использует МНК. Поэтому явление вырожденности здесь отсутствует.

2. Основные принципы МГУА

Напомним основополагающие принципы МГУА, которые справедливы и для нечеткого его варианта. Достаточно полная зависимость между входами $X(i)$ и выходами $Y(i)$ в классе полиномиальных моделей может быть представлена с помощью обобщенного полинома Колмогорова- Габора.

Пусть есть $X = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$, тогда такой полином имеет вид:

$$Y = a_0 + \sum_{i=1}^N a_i x_i + \sum_{j=1}^N \sum_{i \leq j} a_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^N \sum_{j \leq i} \sum_{k \leq j} a_{ijk} x_i x_j x_k + \dots$$

где все коэффициенты $\hat{a}_0, \hat{a}_i, \hat{a}_{ij}$ не известны.

При построении модели (при определении значений коэффициентов) в качестве критерия используется критерий регулярности (точности):

$$\overline{\varepsilon^2} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (y_i - f(x_i))^2$$

Необходимо обеспечить $\overline{\varepsilon^2} \rightarrow \min$.

Принцип множественности моделей: существует множество моделей на данной выборке, обеспечивающих нулевую ошибку (достаточно повышать степень полинома модели). Т.е. если имеется N узлов интерполяции, то можно построить целое семейство моделей, каждая из которых при прохождении через экспериментальные точки будет давать нулевую ошибку

$$\overline{\varepsilon^2} = 0$$

Обозначим S – сложность модели (определяется числом членов полинома Колмогорова-Габор). Значение ошибки $\overline{\varepsilon^2}$ зависит от сложности модели. Причем по мере роста сложности сначала она будет падать, а затем расти. Нам же нужно выбрать такую оптимальную сложность, при которой ошибка будет минимальна. Кроме того, если учитывать действие помех, то можно выделить следующие моменты:

1. При различном уровне помех зависимость $\overline{\varepsilon^2}$ от сложности S будет изменяться, сохраняя при этом общую направленность (имеется ввиду, что с ростом сложности она сначала будет уменьшаться, а затем – возрастать).
2. При увеличении уровня помех величина $\min_S \overline{\varepsilon^2}$ будет расти.
3. С ростом уровня помех, $S_0 = \arg \min_S \overline{\varepsilon^2}$ будет уменьшаться (оптимальное значение сложности будет смещаться влево). Причем $\overline{\varepsilon^2}(S_0) > 0$, если уровень помех не нулевой.

Один из способов преодоления неполноты выборки данных, которая является следствием теоремы неполноты Геделя – **принцип внешнего дополнения**. В качестве внешнего дополнения используется дополнительная выборка (проверочная), точки которой не использовались при обучении системы (т.е. при поиске оценочных значений коэффициентов полинома Колмогорова-Габор).

Поиск наилучшей модели осуществляется таким образом:

- Вся выборка делится на обучающую и проверочную: $N_{выб} = N_{обуч} + N_{пров}$
- На обучающей выборке $N_{обуч}$ определяются значения $\hat{a}_0, \hat{a}_i, \hat{a}_{ij}$.
- На проверочной выборке $N_{пров}$ отбираются лучшие модели.

Принцип свободы выбора (неокончателности промежуточного решения):

1. Для каждой пары x_i и x_j строятся частичные описания (всего C_N^2) вида:

- или $\hat{Y}(S) = \varphi(x_i, x_j) = a_0 + a_i x_i + a_j x_j$, $s=1..C_N^2$ (линейные);

- или $\hat{Y}^{(S)} = \varphi(x_i, x_j) = a_0 + x_i + a_j x_j + a_{ii} x_i^2 + a_{ij} x_i x_j + a_{jj} x_j^2$,
 $s=1..C_N^2$ (квадратичные).

2. Определяем коэффициенты этих моделей по МНК, используя обучающую выборку. Т.е. находим $\hat{a}_0, \hat{a}_1, \dots, \hat{a}_j, \dots, \hat{a}_N, \hat{a}_{11}, \dots, \hat{a}_{ij}, \dots, \hat{a}_{NN}$.
3. Далее на проверочной выборке для каждой из этих моделей ищем оценку

$$\overline{\varepsilon_s^2} = \frac{1}{N_{\text{пров}}} \cdot \sum_{i=1}^{N_{\text{пров}}} \left[Y(k) - \hat{Y}_k^{(s)} \right]^2$$

(где $Y(k)$ - действительное значение выходной переменной в k -той точке проверочной выборки; $\hat{Y}_k^{(s)}$ - выходное значение в k -той точке проверочной выборки в соответствии с s -той моделью) и определяем F лучших моделей.

Выбранные y_i подаются на второй ряд. Ищем

$$z_I = \varphi^{(2)}(x_i, x_j) = a_0^{(2)} + a_1^{(2)} y_i + a_2^{(2)} y_j + a_3^{(2)} y_i^2 + a_4^{(2)} y_i y_j + a_5^{(2)} y_j^2$$

Оценка здесь такая же, как на первом ряде. Отбор лучших осуществляется опять так же, но $F_2 < F_1$.

Процесс конструирования рядов повторяется до тех пор, пока средний квадрат ошибки будет падать. Когда на слое m получим увеличение ошибки $\overline{\varepsilon^2}$, то прекращаем.

3. Нечеткий МГУА. Основные идеи.

В работах [4,5] была рассмотрена линейная интервальная модель регрессии

$$Y = A_0 Z_0 + A_1 Z_1 + \dots + A_n Z_n \quad (1)$$

где A_i - нечеткие числа треугольного вида, описываемые парой параметров

$$A_i = (\alpha_i, c_i)$$

где α_i - центр интервала, c_i - его ширина, $c_i \geq 0$.

Тогда Y - нечеткое число, параметры которого определяются следующим образом:

$$\text{центр интервала} \quad \alpha_y = \sum \alpha_i z_i = \alpha_i^T \cdot z \quad (2)$$

$$\text{ширина интервала} \quad c_y = \sum c_i \cdot |z_i| = c^T |z| \quad (3)$$

Для того, чтобы интервальная модель была корректной необходимо, чтобы действительное значение выходной величины Y принадлежало интервалу неопределенности, что описывается следующими ограничениями:

$$\begin{cases} \alpha^T z - c^T \cdot |z| \leq y \\ \alpha^T z + c^T \cdot |z| \geq y \end{cases} \quad (4)$$

Например, для частичного описания вида

$$f(x_i, x_j) = A_0 + A_1 x_i + A_2 x_j + A_3 x_i x_j + A_4 x_i^2 + A_5 x_j^2 \quad (5)$$

в общей модели (1) необходимо положить $z_0 = 1$, $z_1 = x_i$, $z_2 = x_j$, $z_3 = x_i x_j$, $z_4 = x_i^2$, $z_5 = x_j^2$.

Предположим, что мы наблюдаем обучающую выборку $\{z_1, z_2, \dots, z_M\}$, $\{y_1, y_2, \dots, y_M\}$.

Тогда для адекватной модели вида (1) необходимо найти также $(\alpha_i, c_i)_{i=1, \overline{n}}$, для которых бы

выполнялись соотношения вида:

$$\begin{cases} \alpha^T z_k - c^T \cdot |z_k| \leq y_k \\ \alpha^T z_k + c^T \cdot |z_k| \geq y_k \end{cases}, \quad k = \overline{1, M} \quad (6)$$

Сформулируем основные требования к оценочной линейной интервальной модели для частичного описания вида (5).

Найти такие значения параметров (α_i, c_i) нечетких коэффициентов, при которых:

а) наблюдаемые значения y_k попадали бы в оценочный интервал для Y_k ;

б) суммарная ширина оценочного интервала была бы минимальна.

Эти требования можно свести к следующей задаче ЛП:

$$\min(C_0 \cdot M + C_1 \sum_{k=1}^M |x_{ki}| + C_2 \sum_{k=1}^M |x_{kj}| + C_3 \sum_{k=1}^M |x_{ki} \cdot x_{kj}| + C_4 \sum_{k=1}^M |x_{ki}^2| + C_5 \sum_{k=1}^M |x_{kj}^2|) \quad (7)$$

при условиях:

$$\alpha_0 + \alpha_1 x_{ki} + \alpha_2 x_{kj} + \alpha_3 x_{ki} x_{kj} + \alpha_4 x_{ki}^2 + \alpha_5 x_{kj}^2 - (C_0 + C_1 |x_{ki}| + C_2 |x_{kj}| + C_3 |x_{ki} \cdot x_{kj}| + C_4 |x_{ki}^2| + C_5 |x_{kj}^2|) \leq y_k \quad k = \overline{1, M} \quad (8)$$

$$\alpha_0 + \alpha_1 x_{ki} + \alpha_2 x_{kj} + \alpha_3 x_{ki} x_{kj} + \alpha_4 x_{ki}^2 + \alpha_5 x_{kj}^2 + (C_0 + C_1 |x_{ki}| + C_2 |x_{kj}| + C_3 |x_{ki} \cdot x_{kj}| + C_4 |x_{ki}^2| + C_5 |x_{kj}^2|) \geq y_k$$

$$C_p \geq 0, \quad p = \overline{0, 5} \quad (9)$$

где K – номер точки измерения.

Как видим, задача (7) – (9) является задачей ЛП. Однако неудобство формы (7) – (9) для применения стандартных методов ЛП состоит в том, что нет ограничений неотрицательности для переменных α_i . Поэтому для ее решения переходим к двойственной задаче, введя двойственные переменные $\{\delta_k\}$ и $\{\delta_{k+M}\}$. Решив двойственную задачу симплекс – методом и найдя оптимальные значения двойственных переменных $\{\delta_k\}$, $\{\delta_{k+M}\}$ найдем также оптимальные значения искомым переменных c_i , α_i , $i = \overline{0, 5}$, а также искомую нечеткую модель для частичного описания (5).

4. Описание алгоритма НМГУА.

Дадим краткое описание алгоритма.

1. Выбор общего вида модели, которым будет описываться искомая зависимость.
2. Выбор внешних критериев оптимальности (критерия регулярности $\bar{\delta}^2$ или несмещенности N_{CM}).
3. Выбор общего вида опорной функции (вида частичных описаний), например, линейного или квадратичного.
4. Разбиение выборки на обучающую $N_{об}$ и проверочную $N_{пров}$.
5. Присваиваем нулевые значения счетчику числа моделей k и счетчику числа рядов r .
6. Генерируем новую частичную модель f_r вида (5) на обучающей выборке. Решаем задачу ЛП (10) – (12) и находим искомые значения α_i, c_i .
7. Определяем по проверочной выборке $N_{пров}$ значение внешнего критерия ($N_{CM}^{(r)} k$) или $(\delta_k^{(2)}(r))$.
8. $k = k + 1$. Если $k \geq C_F^2$, то $k = 0, r = r + 1$.
9. Вычисляем средний критерий для моделей r -й итерации ($N_{CM}^{(r)}$ или $\delta^{(2)}(r)$). Если $r = 1$, то переходим на шаг 6, иначе – на шаг 10.
10. Если $|N_{CM}(r) - N_{CM}(r-1)| \leq \varepsilon$, то переходим на шаг 11, иначе – отбираем F лучших моделей и положив $r = r + 1, k = 1$, переходим на шаг 6 и выполняем следующую $(r+1)$ -ю итерацию.
11. Из F моделей предыдущего ряда находим по критерию регуляризации наилучшую модель.

5. Анализ различных видов функций принадлежности.

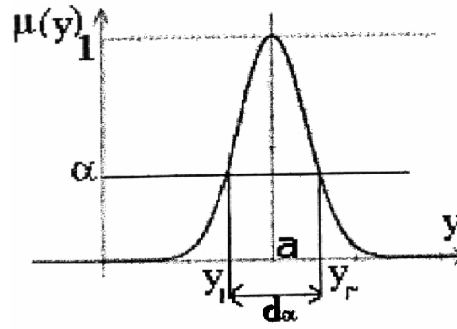
В первых работах, посвященных нечеткому МГУА [3,4] рассматривались функции принадлежности нечетких коэффициентов треугольного вида. Поскольку нечеткие числа могут иметь и другой вид ФП, то представляет интерес рассмотрение других классов ФП в задачах моделирования на основе МГУА. В работе [7] рассмотрены нечеткие модели с гауссовскими и колоколообразными ФП.

5.1. Нечеткие числа с гауссовской ФП

Назовем нечетким числом B с гауссовской ФП нечеткое множество с ФП вида:

$$\mu_B(x) = e^{-\frac{1}{2} \frac{(x-a)^2}{c^2}} \quad (13)$$

Такое НЧ задается парой чисел $\beta = (\alpha, c)$, где α - центр, а c - величина, характеризующая ширину интервала (рис.1).

Рис.1 Подмножество уровня α

Пусть оценочная линейная интервальная модель для частичного описания НМГУА имеет вид (5). Тогда задача ставится так: найти такие нечеткие числа A_i , т.е. параметры (α_i, c_i) , чтобы:

- 1) наблюдение y_k принадлежало данному оценочному множеству Y_k со степенью, не меньшей, чем α , $0 < \alpha < 1$.
- 2) Ширина оценочного интервала уровня α была бы минимальна.

Ширина оценочного интервала уровня α равна (см. рис. 1):

$$d_\alpha = y_2 - y_1 = 2(y_2 - a)$$

где $(y_2 - a)$ определяется из условия

$$\alpha = \exp\left\{-\frac{1}{2} \cdot \frac{(y_2 - a)^2}{c^2}\right\} \quad (14)$$

Отсюда $d_\alpha = 2c \cdot \sqrt{-2 \ln \alpha}$

Итак целевая функция может быть записана в виде:

$$\min \sum_{k=1}^M d_\alpha^k = \min \sum_{k=1}^M 2C_k \sqrt{-2 \ln \alpha} = 2\sqrt{-2 \ln \alpha} \min \sum_{k=1}^M \sum_{i=1}^n C_i \cdot |z_{ik}| \quad (15)$$

Так как $2\sqrt{-2 \ln \alpha}$ – положительная константа, не влияющая на набор c_i , который минимизирует целевую функцию (15), то можно разделить целевую функцию на эту константу и получим целевую функцию к исходному виду.

Теперь рассмотрим первое требование $\mu(y_k) \geq \alpha$.

Оно эквивалентно
$$\exp\left\{-\frac{1}{2} \cdot \frac{(y_k - a_k)^2}{c_k^2}\right\} \geq \alpha.$$

Это неравенство приводится к системе неравенств вида:

$$\begin{aligned} a_k + c_k \sqrt{-2 \ln \alpha} &\geq y_k \\ a_k - c_k \sqrt{-2 \ln \alpha} &\leq y_k \end{aligned} \quad (16)$$

С учетом того, что

$$a_k = \sum_{i=1}^n a_i z_{ki}; \quad c_k = \sum_{i=1}^n c_i |z_{ki}|$$

задача нахождения нечеткой модели сводится окончательно к задаче ЛП следующего вида:

$$\min(C_0 \cdot M + C_1 \sum_{k=1}^M |x_{ki}| + C_2 \sum_{k=1}^M |x_{kj}| + C_3 \sum_{k=1}^M |x_{ki} \cdot x_{kj}| + C_4 \sum_{k=1}^M |x_{ki}^2| + C_5 \sum_{k=1}^M |x_{kj}^2|)$$

(17) при условиях:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 + \alpha_1 x_{ki} + \dots + \alpha_5 x_{kj}^2 + (C_0 + C_1 |x_{ki}| + \dots + C_5 |x_{kj}^2|) \cdot \sqrt{-2 \ln \alpha} &\geq y_k \\ \alpha_0 + \alpha_1 x_{ki} + \dots + \alpha_5 x_{kj}^2 - (C_0 + C_1 |x_{ki}| + \dots + C_5 |x_{kj}^2|) \cdot \sqrt{-2 \ln \alpha} &\leq y_k \end{aligned} \right\} k = \overline{1, M} \quad (18)$$

Для решения этой задачи, как и в случае ФП треугольного вида, можно перейти к двойственной задаче вида:

$$\max\left(\sum_{k=1}^M y_k \cdot \delta_{k+M} - \sum_{k=1}^M y_k \cdot \delta_k\right) \quad (19)$$

при условиях-равенствах (11) и условиях-неравенствах:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{k=1}^M \delta_k + \sum_{k=1}^M \delta_{k+M} &\leq \frac{M}{\sqrt{-2 \ln \alpha}} \\ \sum_{k=1}^M |X_{ki}| \cdot \delta_k + \sum_{k=1}^M |X_{ki}| \cdot \delta_{k+M} &\leq \frac{\sum_{k=1}^M |X_{ki}|}{\sqrt{-2 \ln \alpha}} \\ \dots & \\ \sum_{k=1}^M |X_{kj}^2| \cdot \delta_k + \sum_{k=1}^M |X_{kj}^2| \cdot \delta_{k+M} &\leq \frac{\sum_{k=1}^M |X_{kj}^2|}{\sqrt{-2 \ln \alpha}} \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

$\delta_k \geq 0, \quad k = \overline{1, 2M}.$

Эта задача решается стандартными методами.

5.2. Нечеткие модели с колоколообразной функцией принадлежности

Распространенный класс нечетких чисел составляют НЧ с колоколообразной ФП вида

$$\mu_B(x) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x-a}{c}\right)^2}.$$

Такое НЧ B задается парой чисел $B = (\alpha, c)$, где α - центр, а c - величина, характеризующая ширину функции (рис.2).

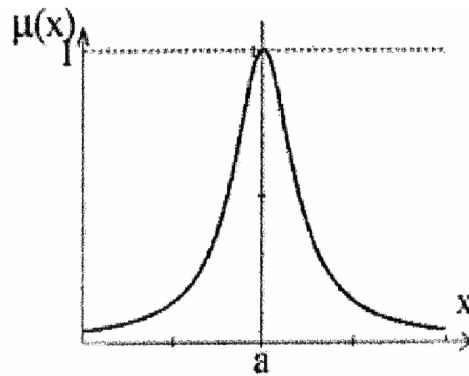


Рис.2 Колоколообразная ФП

Для нечеткой модели $Y = A_0 + A_1 x_i + A_2 x_j + A_3 x_i x_j + A_4 x_i^2 + A_5 x_j^2$

Соответствующая задача ЛП для нахождения неизвестных параметров (α_i, c_i) имеет вид

$$\min(C_0 \cdot M + C_1 \sum_{k=1}^M |x_{ki}| + C_2 \sum_{k=1}^M |x_{kj}| + C_3 \sum_{k=1}^M |x_{ki} \cdot x_{kj}| + C_4 \sum_{k=1}^M |x_{ki}^2| + C_5 \sum_{k=1}^M |x_{kj}^2|)$$

(21) при условиях:

$$\begin{aligned} \alpha_0 + \alpha_1 x_{ki} + \dots + \alpha_5 x_{kj}^2 + (C_0 + C_1 |x_{ki}| + \dots + C_5 |x_{kj}^2|) \sqrt{\frac{1-\alpha}{\alpha}} &\geq y_k \\ \alpha_0 + \alpha_1 x_{ki} + \dots + \alpha_5 x_{kj}^2 - (C_0 + C_1 |x_{ki}| + \dots + C_5 |x_{kj}^2|) \sqrt{\frac{1-\alpha}{\alpha}} &\leq y_k \end{aligned} \quad (22)$$

$k = \overline{1, M}, C_i > 0, i = \overline{0, 5}.$

Перейдя от нее к двойственной, можно найти искомое решение стандартными методами ЛП.

6. Экспериментальные исследования

В работах [5,6] проводились исследования алгоритмов нечеткого МГУА с треугольной ФП в задачах прогнозирования макроэкономических показателей Украины. В качестве выходной прогнозируемой величины был выбран ИПЦ – индекс потребительских цен. В качестве существенных входных переменных по результатам регрессионного анализа были выбраны следующие переменные:

ИПЦ текущего периода; ИОЦ текущего периода; денежный агрегат M2 (лаг -7); объем кредитов, вложенных в экономику (лаг -7); официальный обменный курс доллара на текущий период.

Приведем некоторые из полученных результатов выполненных экспериментов.

1. Результаты структурной идентификации на окне прогнозирования размером в 15 точек, из которых 10 было выделено на обучающую и 5 – на проверочную выборку. При идентификации на следующий этап синтеза передавалось 10 лучших моделей текущего этапа.

Используемое частичное описание:

$$A_{00} + A_{01} \cdot x_1 + A_{02} \cdot x_2 + A_{12} \cdot x_1 \cdot x_2$$

Величина СКО: 0,7119462.

2. Результаты структурной идентификации на окне прогнозирования размером в 12 точек, из которых 7 было выделено на обучающую и 5 – на проверочную выборку. Последние 3 точки, представленные на графике, спрогнозированы в пошаговом режиме без адаптации коэффициентов модели. При идентификации на следующий этап синтеза передавалось 10 лучших моделей текущего этапа.

Используемое частичное описание:

$$A_{00} + A_{01} \cdot x_1 + A_{02} \cdot x_2 + A_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 + A_{11} \cdot x_1^2 + A_{22} \cdot x_2^2$$

Величина СКО (на выборке, состоящей из обучающих и спрогнозированных точек): 0,249623.

3. Результаты структурной идентификации на окне прогнозирования размером в 12 точек, из которых 7 было выделено на обучающую и 5 – на проверочную выборку. При идентификации на следующий этап синтеза передавалось 10 лучших моделей текущего этапа.

Используемое частичное описание:

$$A_{00} + A_{01} \cdot x_1 + A_{02} \cdot x_2 + A_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 + A_{11} \cdot x_1^2 + A_{22} \cdot x_2^2$$

Величина СКО: 0,116168.

4. Результаты структурной идентификации на окне прогнозирования размером в 12 точек, из которых 7 было выделено на обучающую и 5 – на проверочную выборку. При идентификации на следующий этап синтеза передавалось 10 лучших моделей текущего этапа.

Используемое частичное описание:

$$A_{00} + A_{01} \cdot x_1 + A_{02} \cdot x_2$$

Величина СКО: 0,7151176.

5. Прогноз 10 точек при помощи модели, синтезируемой единственный раз, без пошаговой адаптации коэффициентов.

Частичное описание, используемое при синтезе прогнозирующей модели

$$A_{00} + A_{01} \cdot x_1 + A_{02} \cdot x_2 + A_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 + A_{11} \cdot x_1^2 + A_{22} \cdot x_2^2$$

Величина СКО на спрогнозированных точках: 0,990959.

6. Прогноз тех же 10 точек, что и в пункте 6, при помощи пошаговой адаптации коэффициентов прогнозирующей модели (адаптация использовалась в случае выхода реального значения прогнозируемой переменной за спрогнозированную полосу).

Частичное описание, используемое при синтезе прогнозирующей модели:

$$A_{00} + A_{01} \cdot x_1 + A_{02} \cdot x_2 + A_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 + A_{11} \cdot x_1^2 + A_{22} \cdot x_2^2$$

Величина СКО на спрогнозированных точках: 0,813633824.

7. Прогноз 11 точек при помощи пошаговой адаптации коэффициентов прогнозирующей модели (адаптация использовалась в случае выхода реального значения прогнозируемой переменной за спрогнозированную полосу).

Частичное описание, используемое при синтезе прогнозирующей модели:

$$A_{00} + A_{01} \cdot x_1 + A_{02} \cdot x_2 + A_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 + A_{11} \cdot x_1^2 + A_{22} \cdot x_2^2$$

Величина СКО на спрогнозированных точках: 0,88312.

8. Прогноз тех же 11 точек, что и в пункте 8, при помощи модели, синтезируемой единственным раз, без пошаговой адаптации коэффициентов.

Частичное описание, используемое при синтезе прогнозирующей модели:

$$A_{00} + A_{01} \cdot x_1 + A_{02} \cdot x_2 + A_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 + A_{11} \cdot x_1^2 + A_{22} \cdot x_2^2$$

Величина СКО на спрогнозированных точках: 1,16648.

7. Анализ результатов

Как видно из приведенных ниже графиков (Рис. 3-6) идентификация структуры моделей с использованием нечеткого МГУА дает достаточно высокие результаты при прогнозировании даже для моделей с линейными частичными описаниями. Для линейных моделей СКО не превышает значения 0.72, для описаний вида

$$A_{00} + A_{01} \cdot x_1 + A_{02} \cdot x_2 + A_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 + A_{11} \cdot x_1^2 + A_{22} \cdot x_2^2$$

СКО не превышает значения 0,3.

Наилучшие результаты структурной идентификации и прогнозирования получены на окне размером 12 точек (т.е. при размерах окна, полученных с помощью регрессионного анализа) при использовании квадратичных частичных описаний и максимально возможной свободе выбора (на каждом этапе синтеза отбиралось 10 лучших моделей).

Долгосрочные прогнозы величины ИПЦ в результате вышеописанных экспериментов имеют высокое качество (как для моделей с пошаговой адаптацией коэффициентов, так и без нее), что свидетельствует о возможности успешного применения нечеткого МГУА в задачах долгосрочного прогнозирования макроэкономических показателей для экономики переходного периода. Особый интерес представляло сравнение результатов прогнозирования с использованием моделей, которые адаптируются и без адаптации.

Во всех экспериментах точность прогноза с адаптацией коэффициентов модели оказалась несколько выше . Так при прогнозе 10 точек (с 09.1998 по 06.1999) СКО для моделей с адаптацией и без адаптации составило соответственно 0,813634 и 0,99096 .

При прогнозе 11 точек (с 02.1998 по 12.1998) СКО составило- 0,88312 та 1,16648 соответственно. Эти результаты свидетельствуют о целесообразности применения адаптации для корректировки коэффициентов модели по вновь поступающим данным и позволяют избежать большого объема вычислений, связанного с повторным синтезом модели. Однако следует отметить, что в условиях экономики переходного периода зависимость между входными и выходным процессами может существенно изменяться на коротком отрезке времени и адаптация коэффициентов модели может не дать желаемого эффекта, т.к. текущая модель становится не адекватной, и тогда необходим синтез новой модели. Следовательно, для повышения точности прогноза необходимо определить некоторый баланс между адаптацией существующей модели и синтезом новой модели. В частности, существенная ошибка прогноза является сигналом для синтеза новой модели

Пример 1.

Размер обучающей выборки: 7 точек . Размер проверочной выборки: 5 точек.

Последние 3 точки спрогнозированы

Частичное описание, используемое при синтезе моделей:

$$A_{00} + A_{01} \cdot x_1 + A_{02} \cdot x_2 + A_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 + A_{11} \cdot x_1^2 + A_{22} \cdot x_2^2$$

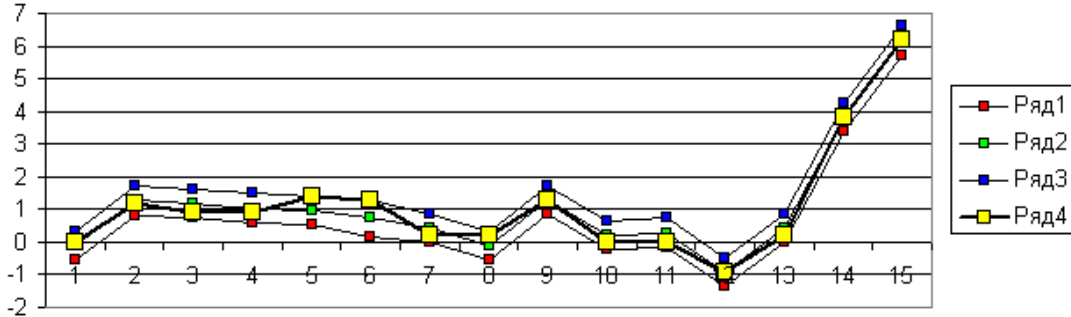


Рис.3

Пример 2.

Размер скользящего окна: 12 точек. Размер обучающей выборки: 7 точек.

Размер проверочной выборки: 5 точек

Частичное описание, используемое при синтезе моделей:

$$A_{00} + A_{01} \cdot x_1 + A_{02} \cdot x_2 + A_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 + A_{11} \cdot x_1^2 + A_{22} \cdot x_2^2$$

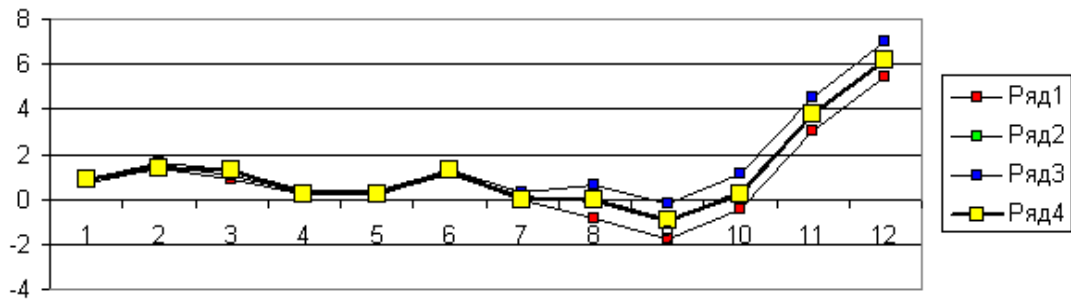


Рис.4

Пример 3.

Прогноз 10 точек был получен путем прогнозирования следующей точки при помощи модели с адаптируемыми на каждом шаге коэффициентами

Размер скользящего окна: 12 точек

Размер обучающей выборки: 7 точек

Размер проверочной выборки: 5 точек

Частичное описание, используемое при синтезе моделей:

$$A_{00} + A_{01} \cdot x_1 + A_{02} \cdot x_2 + A_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 + A_{11} \cdot x_1^2 + A_{22} \cdot x_2^2$$

Количество описаний, передаваемых на следующий этап синтеза: 10

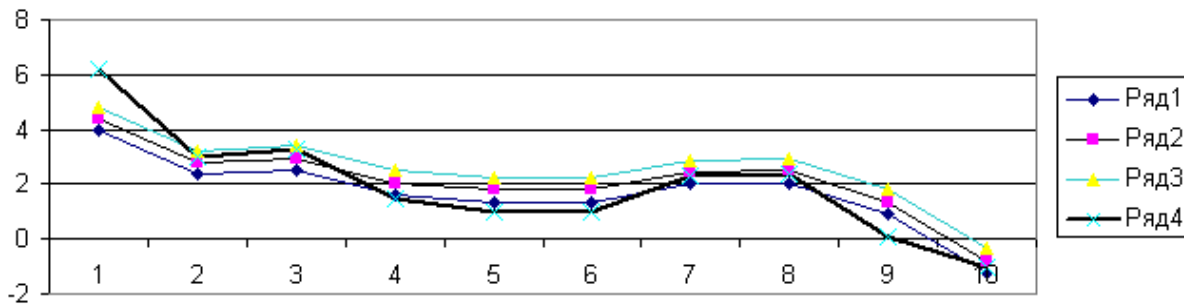


Рис.5

Пример 4.

Прогноз 11 точек был получен путем прогнозирования следующей точки при помощи модели с адаптируемыми на каждом шаге коэффициентами

Размер скользящего окна: 12 точек

Размер обучающей выборки: 7 точек

Размер проверочной выборки: 5 точек

Частичное описание, используемое при синтезе моделей:

$$A_{00} + A_{01} \cdot x_1 + A_{02} \cdot x_2 + A_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 + A_{11} \cdot x_1^2 + A_{22} \cdot x_2^2$$

Количество описаний, передаваемых на следующий этап синтеза: 10

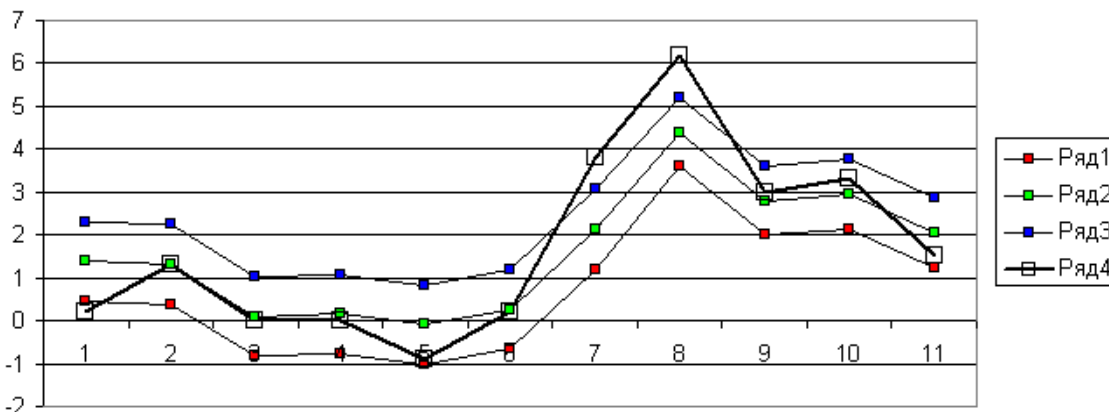


Рис.6

8. Результаты проведенных экспериментов с различными ФП

Был проведен эксперимент по моделированию неизвестной функции с использованием программной реализации описанного выше алгоритма НМГУА с использованием различных ФП. В качестве входных данных был взяты следующие макроэкономические показатели (данные с апреля 1996г. по июнь 1999г.):

- номинальный ВВП (НВВП);
- процент изменения индекса потребительских цен (%ИПЦ);
- процент изменения индекса оптовых цен (%ИОЦ);
- индекс реальной промышленной продукции (ИРПП);
- ставка рефинансирования НБУ за прошедший месяц (СР).

Выходной прогнозируемой переменной было значение номинального ВВП в следующем месяце.

Массив входных данных размером 28 точек был разбит на 11 окон (промежутков) данных, на которых строилась модель. Размер каждого окна составил 12 точек, каждое окно было сдвинуто на один месяц относительно предыдущего. После этого проводился прогноз НВВП(+1) на 5 шагов вперед. На каждом этапе синтеза НМГУА выбиралось 7 лучших полных квадратичных моделей частичных описаний. Соотношения критериев регулярности и несмещенности в определении погрешности частичных описаний: 0,7/0,3. Для гауссовской и колоколообразной функций принадлежности задавался уровень значимости 0,7.

Результаты экспериментов приведены в таблицах 1,2:

Таблица 1.

Номер окна	MSE		
	Треугольная ФП	Гауссовская ФП	Колоколообразная ФП
1	1669,8620	1655,4260	1652,1840
2	458,4141	449,6609	447,6822
3	830,1062	826,8912	826,1713
4	1362,0540	1353,9970	1352,1930
5	1858,8730	1845,2010	1842,1330
Среднее:	1235,8620	1226,2350	1224,0730

Таблица 2. Сравнительный анализ гауссовской и колоколообразной ФП с разными уровнями значимости.

Уровень значимости	MSE с гауссовской ФП	MSE с колоколообразной ФП
0,3	1368,135	1365,201
0,5	1366,106	1363,162
0,7	1361,489	1361,162
0,8	1361,796	1358,851
0,9	1359,482	1359,201

9. Сравнительный анализ результатов прогнозирования по четкому и нечеткому МГУА

Были проведены сравнительные экспериментальные исследования четкого и нечеткого алгоритмов МГУА в задачах прогнозирования макроэкономических показателей. В качестве прогнозируемой переменной был взят ВВП Украины. В процессе экспериментов изменялись объем выборок, соотношение между объемом обучающей и проверочной выборки, число лучших моделей, передаваемых на следующий уровень.

Некоторые из полученных результатов приводятся ниже.

Пример 1.

В этом примере использовалась выборка из 49 точек, из которых 30 было выделено на обучающую, 19 на проверочную. При идентификации на следующий этап синтеза передавалось 7 лучших моделей. Использовалось полное квадратичное описание.

$$y = A_0 + A_{01}x_1 + A_{02}x_2 + A_{11}x_1^2 + A_{22}x_2^2 + A_{12}x_1x_2$$

Результаты прогнозирования приведены на рис. 7.

Величина СКО на прогнозной выборке:

558174 – в нечетком алгоритме МГУА

1071791 – в четком алгоритме МГУА

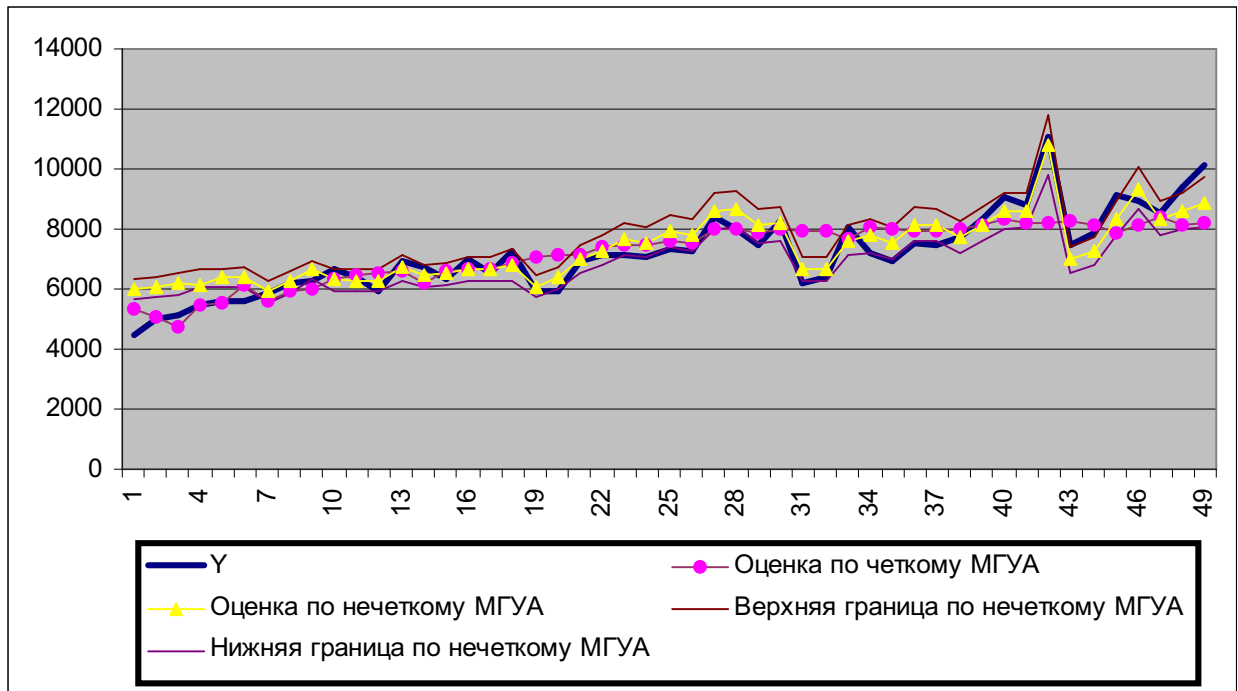


Рис.7

Пример 2. В этом примере использовалась выборка из 49 точек, из которых 35 было выделено на обобщающую, а 14 на проверочную выборку. При идентификации на следующий этап синтеза передавалось 7 лучших моделей. Использовалось полное квадратичное описание.

Результаты прогнозирования приведены на Рис.8.

Величина СКО на прогнозной выборке: 249863 – в нечетком алгоритме МГУА, 521658 – в четком алгоритме МГУА

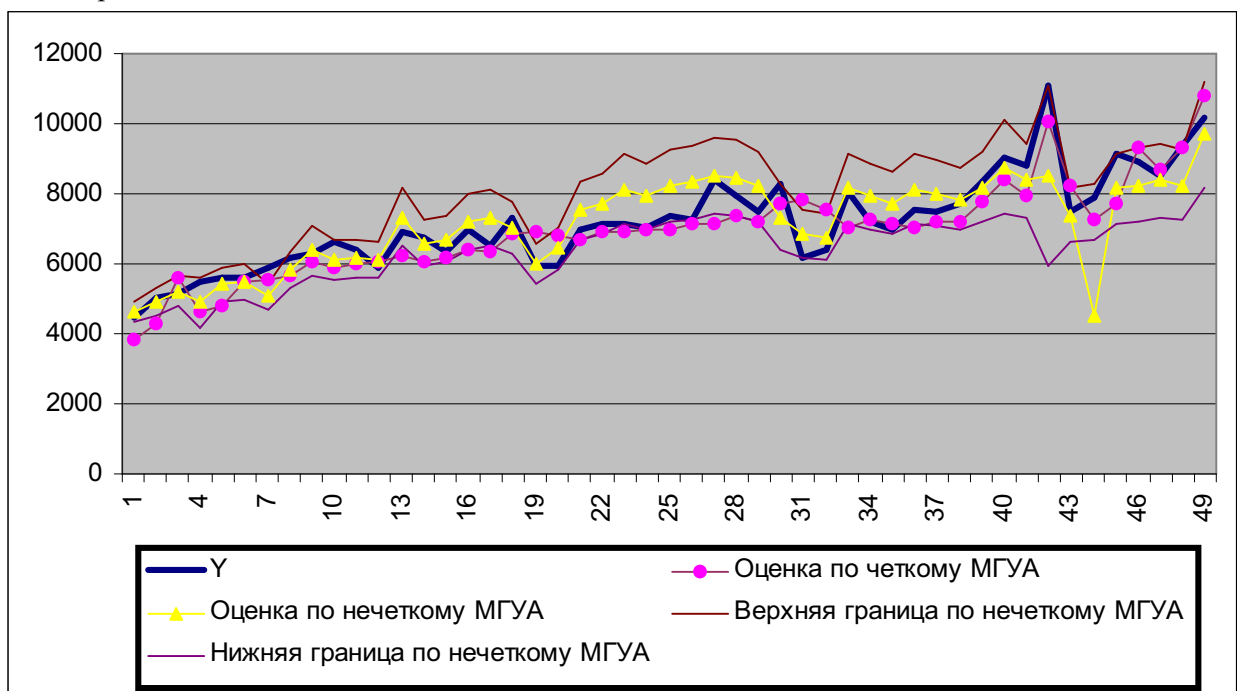


Рис.8

Как следует из приведенных результатов нечеткий алгоритм МГУА оказывается более точным, чем четкий алгоритм МГУА. Это объясняется следующими достоинствами нечеткого МГУА:

- отсутствует проблема плохой обусловленности матриц, поскольку нет необходимости использовать МНК, а задача ЛП всегда разрешима
- Получаем интервальную, а не точечную оценку прогнозной величины, что позволяет оценить точность получаемых прогнозов

10. Заключение

Проведенные исследования позволяют сделать следующие выводы:

1. Применение нечеткого МГУА в задачах прогнозирования экономических процессов со сложной динамикой и неизвестной функциональной взаимосвязью между процессами является вполне обоснованным и позволяет получить сравнительно высокую точность прогноза.
2. Применение адаптации коэффициентов найденной нечеткой модели по текущим данным позволяет повысить точность прогнозирования на 15-20%.
3. Результаты прогнозирования по нечеткому МГУА практически слабо зависят от типа функций принадлежности. Имеется некоторое предпочтение гауссовской и колоколообразной ФП перед треугольной. Но основным преимуществом нелинейных ФП перед треугольной состоит в том, что они определяются заданным уровнем значимости α , что может обеспечить дополнительную гибкость алгоритма.
4. Основными преимуществами нечеткого МГУА по сравнению с четким являются:
 - отсутствие явления вырожденности моделей при плохой обусловленности матрицы ограничений нормальных уравнений;
 - возможность получения доверительного интервала для прогноза, что позволяет судить о точности получаемых оценок.

В качестве перспективных направлений дальнейших исследований в области нечеткого МГУА следует отметить исследование различных классов опорных функций (например, гармонических, обратных, показательных и др.), проведение сравнительного анализа МГУА с нейронными сетями, в том числе и нечеткими, в задачах моделирования и прогнозирования в экономике.

Литература

1. Ивахненко А.Г., Мюллер И.А. Самоорганизация прогнозирующих моделей. Киев, Техника, 1985.
2. Ивахненко А.Г., Зайченко Ю.П., Димитров В.Д. Принятие решений на основе самоорганизации. М. : Советское радио, 1976.
3. Mueller J.-A., Lemke F. Self-Organizing Data Mining. Libri, Berlin, Dresden 1999.
4. Ю.П. Зайченко, О.Г. Кебквал, В.Ф. Крачковський. Нечіткий метод групового врахування аргументів та його застосування в задачах прогнозування макроекономічних показників //Наукові вісті НТУУ КПІ, №2, 2000р., с. 18-26
5. Ю.П. Зайченко, І.О. Засць Синтез та адаптація нечітких прогнозуючих моделей на основі методу самоорганізації //Наукові вісті НТУУ КПІ, №2, 2001р.
6. Ю.П. Зайченко, І.О. Засць Застосування рекурсивних методів ідентифікації в задачах синтезу нечітких прогнозуючих моделей //Міжнародна конференція з індуктивного моделювання, Львів, 20-25 травня 2002: праці в 4-х томах.-Т.2.; стор. 59-65.
7. Ю.П. Зайченко, І.О. Засць, О.В. Камоцький, О.В. Павлюк Дослідження різних видів функцій належності в нечіткому методі групового врахування аргументів //Управляющие системы и машины, №2, 2003г.